

双安定なキリガミ構造による曲面設計手法

Design of curved-surface by bistable Kirigami

豊岡 龍弥¹, 舘 知宏¹

Ryuya Toyoka¹, Tomohiro Tachi¹

¹東京大学

¹University of Tokyo

【要約】

シート材料に切込みを与えるキリガミは、平面から曲面変形を起こす性質により、曲面形状の 4D Fabrication 法として着目されている。特に双安定構造を含むキリガミパターンを用いることで、境界を固定することなく形状が安定する。一方で面外への剛性の確保や、意図しない安定状態の除去が問題となるため、双安定性を生み出す部材の歪みの量の制御が欠かせない。本研究では双安定構造を含むキリガミパターンで、与えられた曲面を構築する新しい設計手法を提案する。特に、せん断変形するスリット中にバーを付加する構造により、構造体の変形中の歪みの量を事前に設計可能とする。

キーワード: 双安定, 切り紙, 等角写像, レーザーカット

【Abstract】

Kirigami has been focused as a 4Dfabrication method for curved surfaces because of its property of deforming to curved surface deformation from flat sheet. In particular, the Kirigami patterns containing bistable structures allows the shape to be stable without fixing the boundaries. On the other hand, it is essential to control the amount of strain in the component that generates the bistability because of weakness about keeping the out-of-plane stiffness and developing unintended stable states. We propose a new design method to construct a given surface with a Kirigami pattern containing bistable structures. Especially, we make it possible to design the amount of strain in advance by using a structure with a bar to shear-deforming slit.

Keywords: Bistable, Kirigami, Conformal mapping, laser cutting

1. 序論

シート材料に切込みを与えるキリガミは、平面から曲面変形を起こす性質により、曲面形状の 4D Fabrication 法として着目されており、彫刻[1]やアダプティブなファサード[2]への応用がなされており、建築構造や機械的メタマテリアルなどへの応用も期待される。

キリガミは各スリット周りで等方的な拡大を示す auxetic な性質を持ち、面内変形の拡大率が矛盾を起こすことで面外座屈を生じる。等方的であることから、平面から任意の曲面への変形は等角写像の拡大率の分布を求めることで設計可能である。Choi らは、等角写像を初期状態としたパターン最適化によって、曲面をプログラムする手法を提案した[3]。Konakovic-Lukovic は、三角形パネルを用いた切り紙構造を等角写像によって設計している[4]。しかしこのようなキリガミ構造は一般に高い自由度を持つため、形状安定のために、ヒンジの塑性化や外部からの支持などを必要とする。

キリガミ構造の中には、ユニット毎に展開前後の 2 状態がエネルギー障壁を挟んでそれぞれ安定となる「双安定構造」が現れるものがある[5]。Chen らは[4]と類似の手法を[5]の双安定構造に適用し、ユニット毎に割り当てられた拡大率で安定となるように双安定構造を設計し、外部の支持無しに端部を広げるだけで平面から安定した自由曲面を作ること成功した[6]。

しかし、Chen らの手法にはいくつかの課題が残されている。例えばユニット数が増えるに従い機構の自由度が大きくなる傾向にあるため、完成した曲面の面外剛性が低い。また、ユニット毎に収縮と展開状態が独立に決定し、構造全体としては双安定構造ではなく多重安定構造となり、展開動作が連動しないという問題点がある。

本研究では、自由度の低い双安定キリガミ構造のユニットを提案し、さらに変形過程での最大歪みを設計可能とすることで、面外剛性の確保と連動性の改善を目指す。具体的には、星形キリガミ構造[7]のスリットにバーを加え、Ahmad らの双安定機構[8]を挿入した、新規の双安定キリガミユニットを提案する。等角写像を用いてターゲットの曲面での各ユニットの拡大率を求め、ユニットごとに平面状態とその拡大率での二つの状態で安定となるように、バーの挿入の位置を設計する(2 節)。さらに、平面状態の展開パラメータなども調節することで、加えたバーの最大歪みを一定値として設計する(3 節)。この設計システムは、Rhino/Grasshopper 上で実装した。4 節では、既存構造との機構の自由度を比較し、本手法の妥当性を議論する。最後に設計、ファブリケーションの実例を紹介する(5,6 節)

2. 曲率の設計

2.1 星形キリガミ構造

Auxetic 構造とは応力を加えて拡大させると、その応

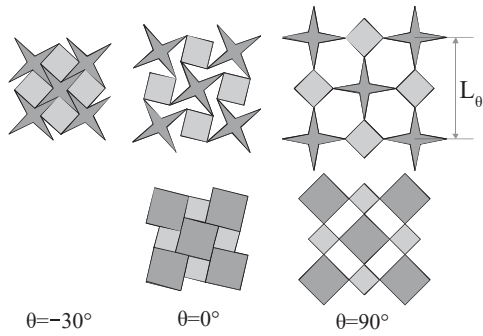


図 1 : (上)星形キリガミ構造 (下)一般的なキリガミ構造

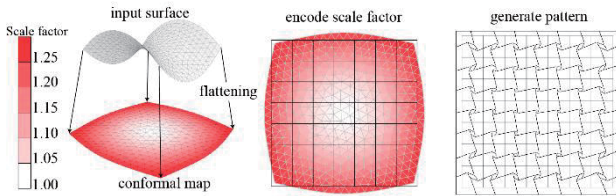


図 2 : 等角写像を用いた拡大率の割り当て

力方向と垂直な方向にも拡大するという、ポアソン比が負である挙動を示す構造の総称である。キリガミ構造によって、角を回転ジョイントで接続したタイル構造が生まれ、等方的に展開するポアソン比が常に-1の auxetic 構造となる。キリガミの最大の拡大率は、一般の凸多角形を用いたものでは $\sqrt{2}$ 倍である。本研究では、最大拡大率の上限を $(1 + \sqrt{2})$ 倍まで増やした Yang ら[7]のカット形状を基本パターンとして用いる。これによって、対応できる拡大率分布を広げ、設計できる曲面を増やす。

2.2 等角写像による拡大率の決定

等角写像とは曲面上の角度を保つ写像で、任意の性質の良い曲面は等角写像によって平面に写すことが可能である。この時各点は等方的な拡大を示すため、キリガミの等方的な変形を表現することができる。等角写像による拡大率分布を用いてキリガミの設計を行う。

本手法では、目的曲面を三角形メッシュで離散化したものを用いる。図2は等角写像による設計フローを示す。離散的な等角写像を実現するために、頂点回りの隣接エッジの角度を保つ角度バネと、各頂点を xy 平面に引き寄せるバネ要素を設定し、動的緩和法によって収束させることで求めた。実装には Rhino/Grasshopper のプラグインである Kangaroo2 を用いた。この時の各エッジの拡大率を算出しキリガミ構造の拡大率に用いる。キリガミ構造のユニットはグリッド状に配置されているので、メッシュの等角写像をグリッドで覆い、含まれるエッジの拡大率の平均値を、そのユニットの拡大率とした。

等角写像は、全体形状を任意の係数でスケールアップすることが可能である。最終的なキリガミ構造の最大拡大率に収まるように、係数を設定する。

2.3 双安定ユニット

星形キリガミでは正方形の一部を切り抜き星形にすることで自己交差を防いでいる。切り抜く前の形状を観察し、回転ヒンジのループをつなぐと、平行四辺形のリンケージがある事がわかる。この四節リンケージに、Ahmad らの手法[7]でバー拘束の追加による双安定性の付与を行う。

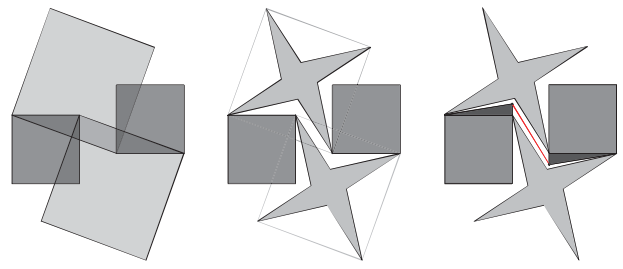


図 3 : 双安定ユニットの作成

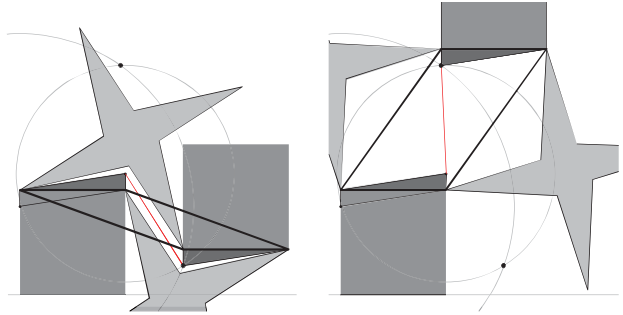


図 4 : バー拘束の設計

設計ではユニットの対称性を仮定し、平行四辺形の重心で点対称になるものとする。また、バーは平行四辺形と連結している必要があるため、平行四辺形上のエッジに適当な剛体を取り付け、バーと連結させる。これにより双安定挙動を示すユニットを作成する。このユニットを「双安定ユニット」と名付ける。図3に双安定ユニットの作成の様子を示す。

等角写像で得られる拡大率は、キリガミ構造の展開状態のうち任意の 2 状態を指定して定められるため、双安定構造の形状設計は自由度が1つ残っている。そこで条件式として、バー拘束の最大ひずみを与えることで展開時のエネルギー障壁を揃え、ユニット形状を確定させる(3 節)。

図 4 はバー拘束の設計を示す。バーを加える前のユニットは平行四辺形のせん断変形により、拡大率が変化する。その時バーの端点に当たる点は、図4の大きい円を描く。この円上で、指定された拡大率となる点を求める。次に、この機構にバーを加えると、バーの端部を中心にバーの長さを半径とした円と、上記の円との交点が双安定点となる。すなわち指定した拡大率から求めた点が 2 円の交点となるようにバーを設計すればよい。

また、バーに蓄積されるひずみが最大となるのは 2 円の軌道が最も離れる時であり、この距離は交点位置によって変化する。

3.設計パラメータ

ベースとなるキリガミ構造は、シートにカッティングを加えた時点では互換性を保つので、展開前はすべての平行四辺形リンケージが同じである必要がある。双安定ユニットのパラメータとして、平行四辺形の辺長比 $\gamma (>1)$ 、初期安定角 $\alpha (-45^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 、ユニットの拡大率 $s (s < S_{max})$ 、最大ひずみ ϵ 、を考える。ここで S_{max} はキリガミ構造の最大拡大率である。

変形するキリガミの空隙部を表す平行四辺形 ABCD に、図のような2つの安定角度 α, β をもつようなバー拘

束を取り付けた双安定ユニットを考える。ここで、辺 AB、BC の辺長比は γ ($\gamma > 1$) で規格化しており、バー拘束のみ柔な線材とする。バーの両端 E、F は平行四辺形の重心 G で点対称とし、対称性を与えている。すなわち端部 E の位置が定まるとバーの形状が決定する。またバーは平行四辺形と連結している必要があるため、端部に対し剛体 ABE と剛体 CDF を考える。E を AB の中点 O 中心に半回転させた点を E' とし、第二安定点 β まで回転した時の F の位置を F' とする。

バーに追従する F の回転中心を E とすると、長さ EF を半径とする円 E 上の軌道を描く。しかし F は同時に平行四辺形とも追従し、点 E' を回転中心とする長さ E'F ($=\gamma$) を半径とする円 E' 上の軌道を描く。このときバーのみ変形を許容しているため、バー端部は円 E' の軌道上を動く。バーの変形が最大となるのは弧 FF' の中点まで F が移動した時である。弧 FF' について円 E のものを M、円 E' のものを M' とすると、バーのひずみ ε は

$$\varepsilon = \frac{EM'}{EF} = \frac{\{(EM + EO + OE') - E'M'\}}{EF} = \frac{(EF + 2EO - \gamma)}{EF} \quad (1)$$

で表現される。

また、図 1 のキリガミ構造で示す通りに、同一フェイス間の距離を L_θ とする。 θ が α から β に展開するときの L_θ の拡大率 s は、

$$s = \frac{L_\beta}{L_\alpha} = \frac{\sqrt{(\gamma + \sin \beta + \cos \beta)^2 + (\gamma + \sin \beta - \cos \beta)^2}}{\sqrt{(\gamma + \sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\gamma + \sin \alpha - \cos \alpha)^2}}$$

となる。以上より、双安定ユニットの形状は、設計パラメータ γ 、 α 、 s 、 ε で決定することが出来る。

ただし、与えられた最大歪みと拡大率から、設計パラメータの解が得られないこともある。この時は、等角写像の拡大率の係数を調整することで解が得られることもある。

4. DOF の比較

双安定キリガミ構造の DOF は、低いほうが面外剛性やメカニズムの連動性が高くなると考えられる。

図6はキリガミ構造のユニット毎の DOF を表しており、Rafsanjani ら[5]の手法で作られるパターン A(左)、本研究の単安定キリガミ構造に双安定バーを追加したパタ

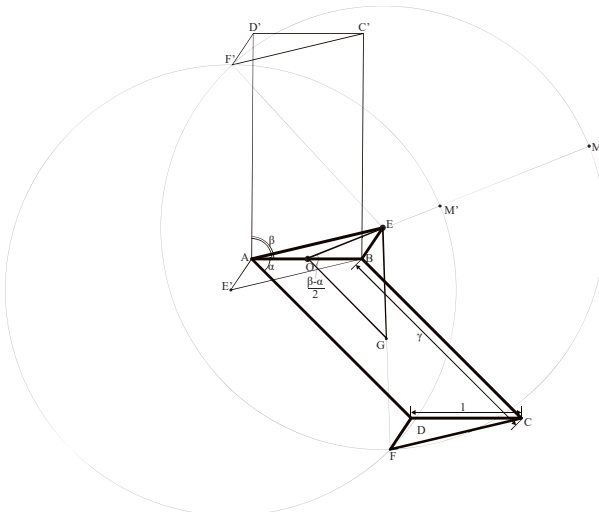


図 5 : 双安定ユニットの設計

ーン B(右)について、クッツバツハ・グルーブラー基準に従い DOF の計算をする。

キリガミ構造はそれぞれ単一のメッシュで構成されている。ここで、メッシュ数をそれぞれ N_A 、 N_B とする。A は 2 種の剛体からなり、三角形剛体は面の数 N_A に、非凸な三叉の剛体の数は頂点の数 $2N_A$ に等しい。また接合部はすべてピンとし、その数は $3N_A$ である。以上より A の DOF は 0 となる。B も 2 種の剛体からなり、どちらも面の数 N_B に等しく、ピンの数は $4N_B$ である。ただし、バーは両端ピンではなく、2 点間の距離を保つ拘束とするので、バーごとに DOF は -1 される。バーの数は N_B に等しいので全体の DOF は $-2N_B$ となる。

$$A: DOF = 6(N_A + 0.5N_A) - 3(3N_A) = 0$$

$$B: DOF = 6(2N_B) - 3(4N_B) - (2N_B) = -2N_B$$

すなわち、もともと双安定構造である A よりも、単安定構造にバー拘束を追加した B は DOF が下がり、より剛な曲面設計が可能だと考えられる。

5. ファブリケーション

単安定のキリガミ構造にバーが既に追加された形状を

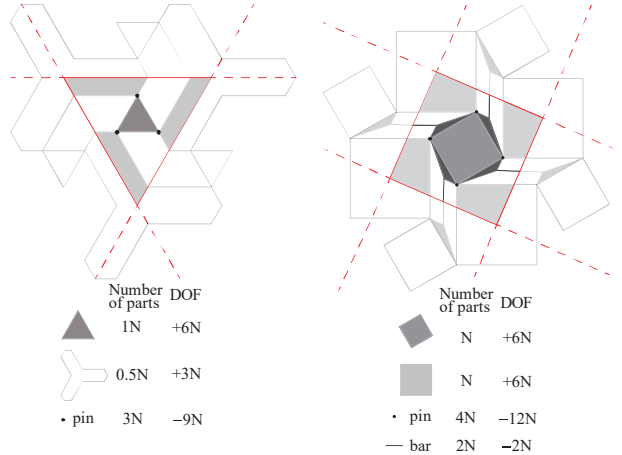


図 6 : ユニット毎の DOF の比較

平面シートからカッティングして切り出し、曲面形状に展開させる。図はレーザーカットで切り出した PE フォームである。

使用した PE フォームの厚さは 5mm、四角形メッシュの 1 辺の長さをそれぞれ mm とした。また、切り出す際分断されないようにかつコンプライアントヒンジとなるように、ヒンジ部で接している切り出し線を 1.0mm 離すなどの調整をした。使用したレーザーカッターは PLS6MW で、10.6 μ mCO₂ レーザーを 30W で運用、カットスピードを 160mm/s とした。

6. 結果

実際に作成した模型と入力した目標曲面を図 7 に示す。ドームのライズ(高さ/底面の一边長)を比較すると、模型は 6.2cm/37.0cm=16.8%、入力曲面は 5.113cm/11.00cm=46.4% となった。誤差は $(46.4 - 16.8) \times 100 / 46.4 = 63.8\%$ となり、入力曲面から大きく異

なる形状となってしまう。

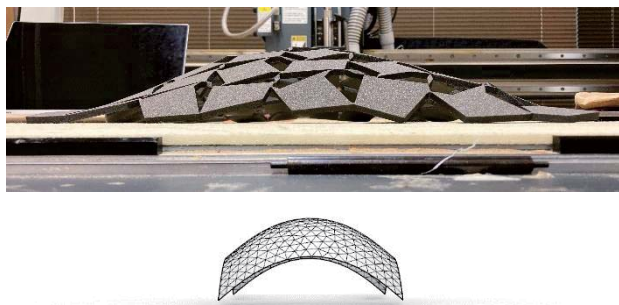


図 7：(上)作成した模型(下)入力曲面

7.結論

結果をみると境界条件や材料選定を見直すとともに適切な比較を行うべきだと考えられる。いまだに過去の研究と比較して多重安定性に大きな改善はみられておらず、またパラメータによる解空間の範囲が判明していないので、将来的に構造の詳細な剛性や双安定性の導出を行い、それをもとに最適化をする必要があると思われる。

現段階では過去の研究との構造的な比較や、多重安定性の回避に関して行っていない。ただし、機構の自由度の比較によると将来的に我々の提案手法のほうが数値的に上回ると予想される。

参考文献

- [1] Lalvani, H., 2011. Multi-directional and variably expanded sheet material surfaces, Dec. 27. US Patent 8,084,117.
- [2] Kuboki, H., Tanaka, H., Ohno, S., Sugita, K., Takayanagi, N., Nakajima, N., Yuasa, K., and Nakatani, T., 2019. “A proposal for “reactive wall panel” using auxetic patterns”. In Conference on 4D and Functional Fabrication 2019.
- [3] Choi, G. P., Dudte, L. H., and Mahadevan, L., 2019. “Programming shape using kirigami tessellations”. *Nature materials*, 18(9), pp. 999–1004.
- [4] Konakovic-Lukovic, M., Panetta, J., Crane, K., and Pauly, M., 2018. “Rapid deployment of curved surfaces via programmable auxetics”. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 37(4), pp. 1–13.
- [5] Ahmad R and Damiano P., 2016. “Bistable auxetic mechanical metamaterials inspired by ancient geometric motifs”. *Extreme Mechanics Letters* 9 (2016), 291–296.
- [6] TIAN CHEN, JULIAN PANETTA, MAX SCHNAUBELT, MARK PAULY, 2021. “Bistable Auxetic Surface Structures”, *ACM Trans. Graph.*, Vol. 40, No. 4, Article1.
- [7] Yunfang Yang, Zhong You, 2018. “Geometry of Transformable Metamaterials Inspired by Modular Origami”, *Journal of Mechanisms and Robotics*,

vol.10,021001

- [8] Ahmad A, Craig L, 2018. “Shape-morphing space arame apparatus using unit cell bistable elements”. USF patents, 1048.